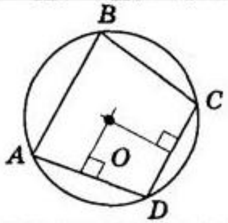
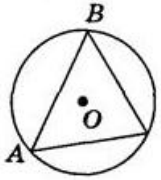
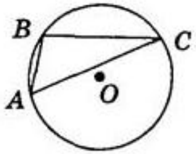
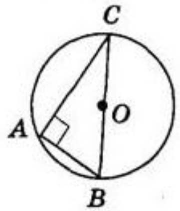
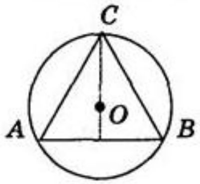
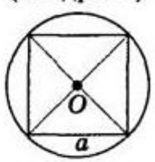
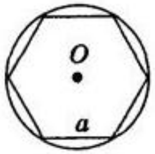
Радіус описаного кола навколо многокутника

$$R = \frac{a_n}{2\sin\frac{180^\circ}{n}}$$

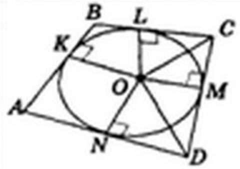
Коло, описане навколо многокутника	
	Центр кола описаного навколо многокутника- точка О - точка перетину серединних перпендикулярів до сторін многокутника AO=OB=OC=OD=R

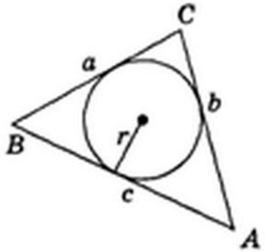
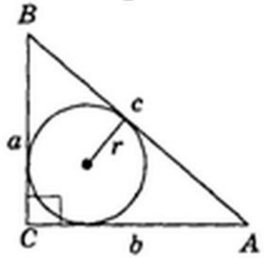
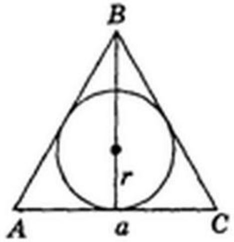
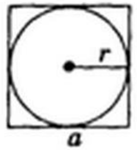
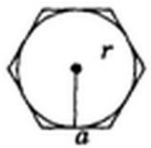
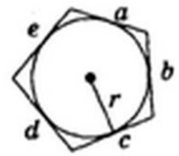
Положення центра і радіуси описаного кола		
Гострокутний трикутник	Тупокутний трикутник	Прямокутний трикутник
		
$R = \frac{abc}{4S}$; $R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{b}{2\sin B} = \frac{c}{2\sin C}$		$R = \frac{c}{2}$

Правильні многокутники		
Трикутники	Чотирикутники (квадрати)	Шестикутники
		
$R = \frac{a}{\sqrt{3}}$	$R = \frac{a}{\sqrt{2}}$	$R = a$

Коло вписане в многокутник

$$r = \frac{a_n}{2tg\frac{180^\circ}{n}}$$

Коло, вписане в многокутник	
	Точка O — точка перетину бісектрис внутрішніх кутів многокутника $OL = OK = OM = ON = r$ $OL \perp BC$, $OK \perp AB$, $OM \perp DC$, $ON \perp AD$

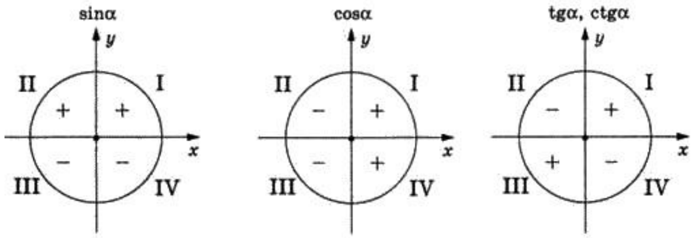
Радіуси вписаного кола[1]		
Довільний трикутник $r = \frac{2S}{a+b+c}$	Прямокутний трикутник $r = \frac{a+b-c}{2}$	Правильний трикутник $r = \frac{R}{2} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$
		
Правильний чотирикутник $r = \frac{a}{2}$	Правильний шестикутник $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	Довільний многокутник $r = \frac{2S}{a+b+c+d+e}$
		

Основні тригонометричні тотожності:

$sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$ tgα×ctgα=1 $1 + tg^2\alpha = \frac{1}{cos^2\alpha}$ $tg\alpha = \frac{1}{ctg\alpha}$ $tg\alpha = \frac{sin\alpha}{cos\alpha}$

$ctg\alpha = \frac{cos\alpha}{sin\alpha}$ $1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{sin^2\alpha}$ $tg\alpha = \frac{1}{tg\alpha}$

Знаки функцій:



Формули суми та різниці аргументів функції:

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$; $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$;

$tg(\alpha+\beta)=\dfrac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha tg\beta}$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$; $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$;

$tg(\alpha-\beta)=\dfrac{tg\alpha-tg\beta}{1+tg\alpha tg\beta}$

1) $\mathrm{ctg}(\alpha+\beta)=\dfrac{\mathrm{ctg}\,\alpha\,\mathrm{ctg}\,\beta-1}{\mathrm{ctg}\,\alpha+\mathrm{ctg}\,\beta}$; 2) $\mathrm{ctg}(\alpha-\beta)=\dfrac{\mathrm{ctg}\,\alpha\,\mathrm{ctg}\,\beta+1}{\mathrm{ctg}\,\beta-\mathrm{ctg}\,\alpha}$.

Формули подвійних аргументів:

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\mathrm{tg}2\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}$

$\mathrm{ctg}2\alpha=\dfrac{\mathrm{ctg}^2\alpha-1}{2\mathrm{ctg}\alpha}$

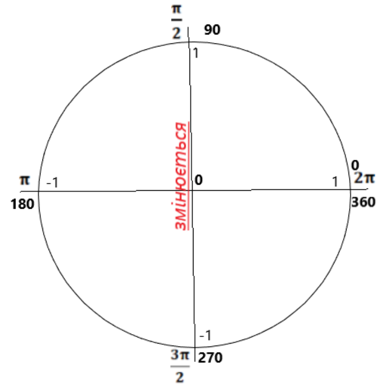
$\boldsymbol{sin\alpha = sin\,2\cdot\frac{\alpha}{2} = 2sin\frac{\alpha}{2}cos\frac{\alpha}{2}}$

$\boldsymbol{cos\alpha = cos2\cdot 3\alpha = cos^2 3\alpha - sin^2 3\alpha}$

Формули половинного аргументу:

$\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$ $\cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$ $tg\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$

Формули зведення:



1)чверть
2)знак
3)функція

Формули перетворення добутку в суму:

$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta))$

$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta))$

$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}(\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta))$

Формули перетворення суми і різниці в добуток:

$\sin\alpha+\sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\sin\alpha-\sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$;

$\cos\alpha+\cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\cos\alpha-\cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$tg\,\alpha + tg\,\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}, \alpha$

$tg\,\alpha - tg\,\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}, \alpha$

$ctg\,\alpha + ctg\,\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$,

$ctg\,\alpha - ctg\,\beta = \frac{-\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$

Формули потрійних аргументів:

$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

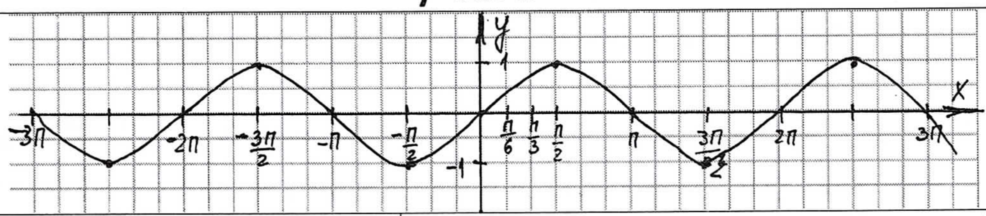
$tg3\alpha=\dfrac{3tg\alpha-tg^3\alpha}{1-3tg^2\alpha}$

Формули,які виражають тр. Ф-ї через tg половинного аргументу:

$\sin\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$; $\cos\alpha=\dfrac{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$; $\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{2\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$; $\mathrm{ctg}\alpha=\dfrac{1-\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{2\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}}$.

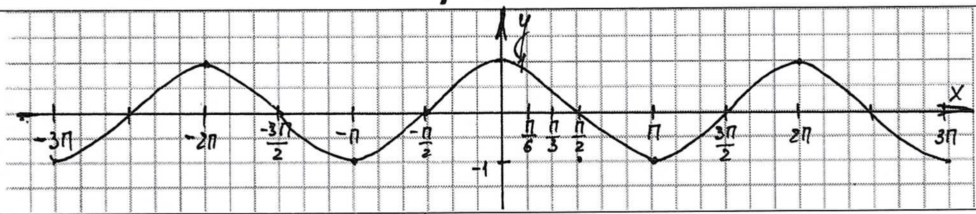
ГРАФІКИ ТРИГОНМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ

y=sin x



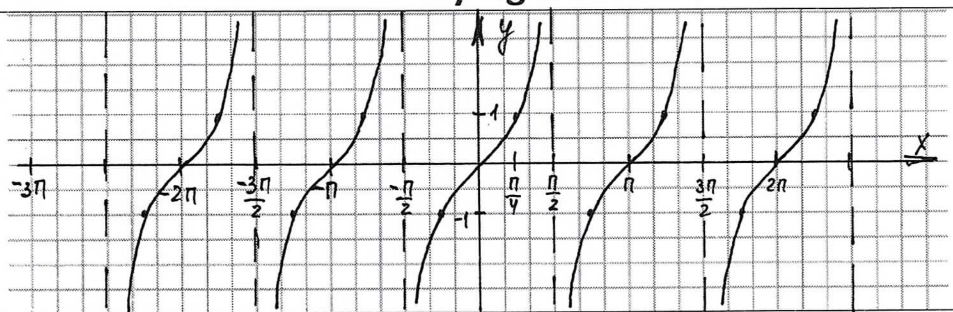
1) D(f): xϵR; E(f): yϵ[-1;1]	5) Проміжки знакосталості: y>0, xϵ(2πn;π+2πn); nϵƵ y<0, xϵ(π+2πn;2π+2πn); nϵƵ
2) Ф-я непарна, графік симетричний відносно (0;0); sin(-x)= -sin x	6) Проміжки монотонності: y=sin x↗, xϵ(-π/2+2πn;π/2+2πn); nϵƵ y=sin x↘, xϵ(π/2+2πn;3π/2+2πn); nϵƵ
3) Періодичність:T=2π	7) y_{min}=-1; y_{max}=1
4) Нулі ф-ї: y=0, x=πn; nϵƵ	

y=cos x



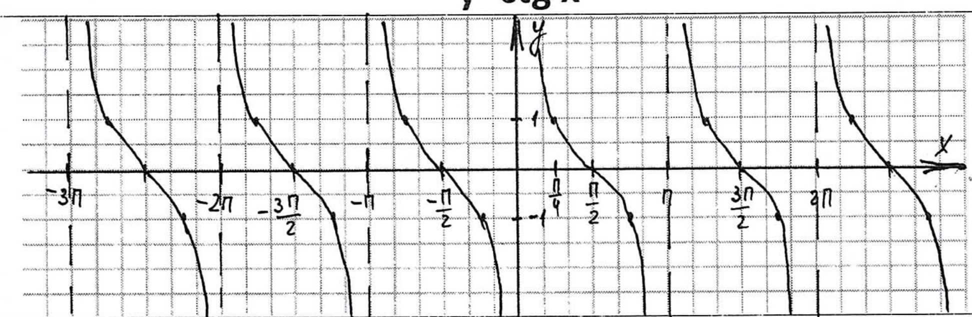
1) D(f): xϵR; E(f): yϵ[-1;1]	5) Проміжки знакосталості: y>0, xϵ(-π/2+2πn;π/2+2πn); nϵƵ y<0, xϵ(π/2+2πn;3π/2+2πn); nϵƵ
2) Ф-я парна, графік симетричний відносно Oy; cos(-x)= cos x	6) Проміжки монотонності: y=sin x↗, xϵ(-π+2πn;2πn); nϵƵ y=sin x↘, xϵ(2πn;π+2πn); nϵƵ
3) Періодичність:T=2π	7) y_{min}=-1; y_{max}=1
4) Нулі ф-ї: y=0, x=π/2+πn; nϵƵ	

y=tg x



1) D(f): xϵR; x≠π/2+πn; nϵƵ; E(f): yϵR	4) Нулі ф-ї: y=0, x=πn; nϵƵ
2) Ф-я непарна, графік симетричний відносно (0;0); tg(-x)= -tg x	5) Проміжки знакосталості: y>0, xϵ(πn;π/2+πn); nϵƵ y<0, xϵ(π/2+πn;π+πn); nϵƵ
3) Періодичність:T=π	6) Проміжки монотонності: ф-я зростаюча

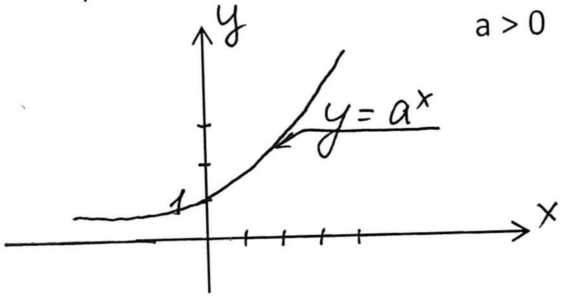
y=ctg x



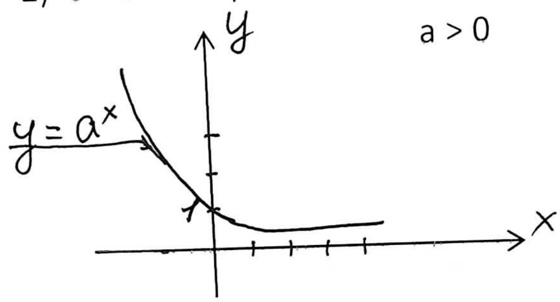
1) D(f): xϵR; x≠πn; nϵƵ; E(f): yϵR	4) Нулі ф-ї: y=0, x=π/2+πn; nϵƵ
2) Ф-я непарна, графік симетричний відносно (0;0); ctg(-x)= -ctg x	5) Проміжки знакосталості: y>0, xϵ(πn;π/2+πn); nϵƵ y<0, xϵ(π/2+πn;π+πn); nϵƵ
3) Періодичність:T=π	6) Проміжки монотонності: ф-я спадна

Показникова функція: $y = a^x$

1) $a > 1$ – ф-я зростаюча; $a \neq 1$, $a > 0$



2) $0 < a < 1$ - ф-я спадна; $a \neq 1$, $a > 0$

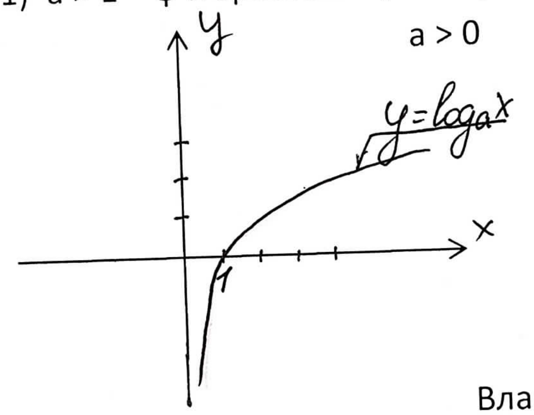


Властивості

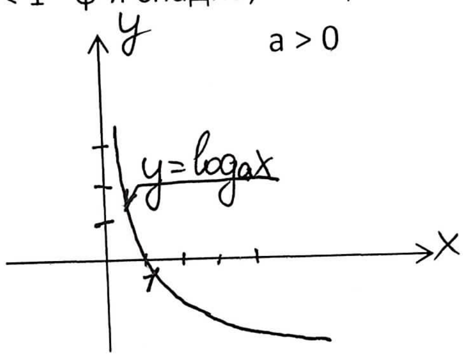
a > 1	0 < a < 1
1.D(f) = R	1.D(f) = R
2. E(f) = (0; ∞)	2. E(f) = (0; ∞)
3. Ні парна, ні непарна.	3. Ні парна, ні непарна.
4.Зростає.	4. Спадає.
5.Нулів функція немає.	5.Нулів функція немає.
6.f(x)>0	6.f(x)>0

Логарифмічна функція: $y = \log_a x$

1) $a > 1$ – ф-я зростаюча; $a \neq 1$, $a > 0$

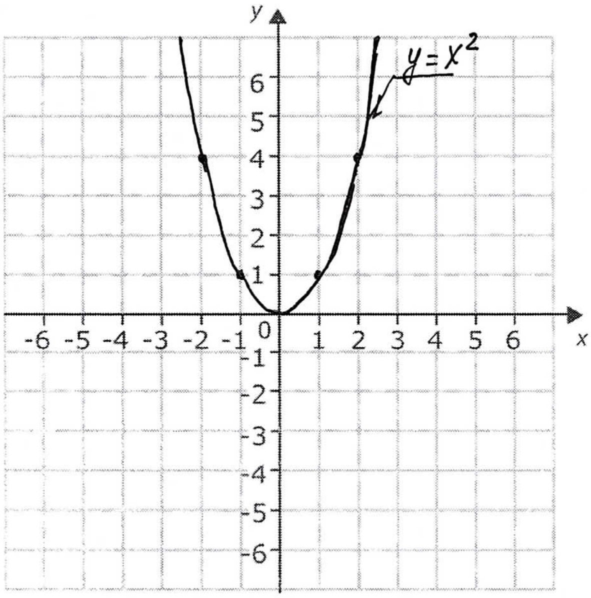
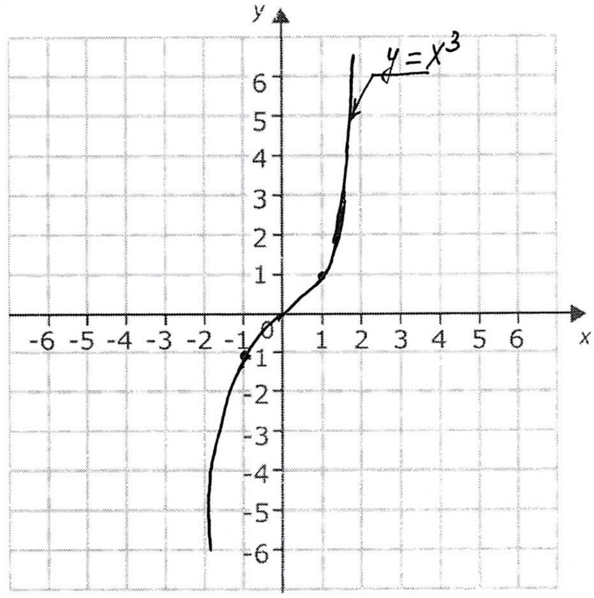


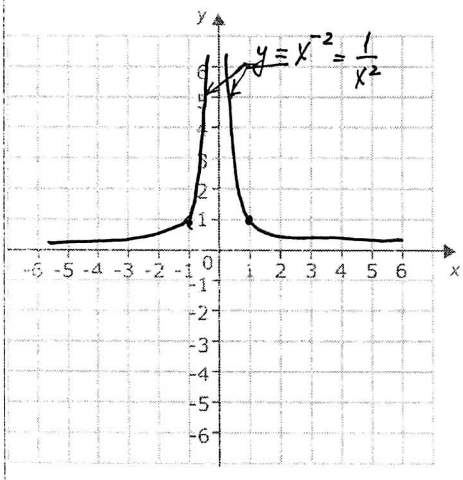
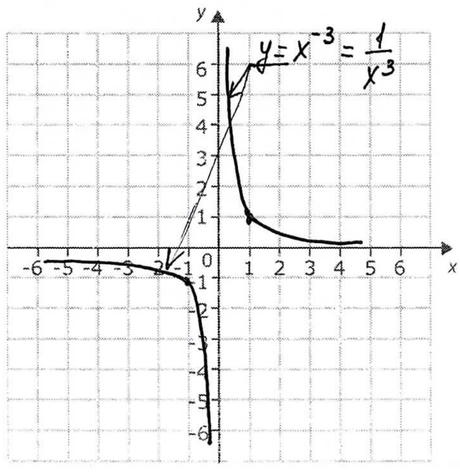
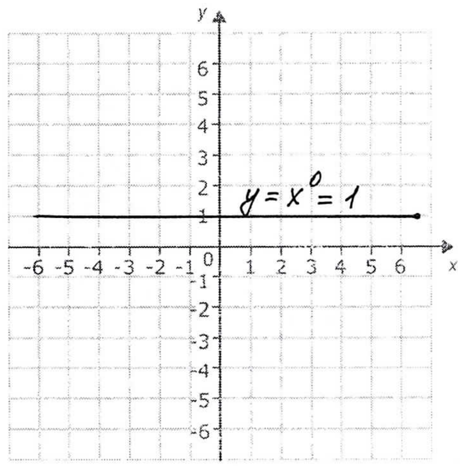
2) $0 < a < 1$ - ф-я спадна; $a \neq 1$, $a > 0$



Властивості

a > 1	0 < a < 1
1.D(f) =(0; ∞)	1.D(f) =(0; ∞)
2. E(f) = R	2. E(f) = R
3. Ні парна, ні непарна.	3. Ні парна, ні непарна.
4.Зростає.	4. Спадає.
5. Проміжки знакосталості: $y = \log_a x > 0$, при $x > 1$ $y = \log_a x < 0$, при $0< x < 1$	5. Проміжки знакосталості: $y = \log_a x > 0$, при $0< x < 1$ $y = \log_a x < 0$, при $x > 1$

Степенева функція з натуральним показником $y = x^n$	
n$\in$N	
n=2k - парний показник	n=2k+1 - непарний показник
	
D(f):R	D(f):R
E(f):[0;+∞)	E(f):R
Нулі ф-ї: y=0,коли x=0	Нулі ф-ї: y=0,коли x=0
Проміжки знакосталості: y>0 на x∈(-∞;0)U(0;+∞)	y>0 на x∈(0;+∞); y<0 на x∈(-∞;0)
Парна, графік симетричний відносно Oy	Непарна, графік симетричний відносно (0;0)
Спадає на x∈(-∞;0); Зростає на x∈(0;+∞)	Ф-я зростаюча

Степенева функція з цілим показником $y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$		
n$\in\mathbb{Z}$		
n=-2k – цілий парний показник	n=-(2k+1) – цілий непарний показник	n=0
		
D(f):(-∞;0)U(0;+∞)	D(f):(-∞;0)U(0;+∞)	D(f):R
E(f):(0;+∞)	E(f):(-∞;0)U(0;+∞)	E(f):{1}
Нулі ф-ї: немає	Нулі ф-ї: немає	
Проміжки знакосталості: y>0 на x∈(-∞;0)U(0;+∞)	y>0 на x∈(0;+∞); y<0 на x∈(-∞;0)	
Парна, графік симетричний відносно Oy	Непарна, графік симетричний відносно (0;0)	
Зростає на x∈(-∞;0); Спадає на x∈(0;+∞)	Ф-я спадна	

Арифметична прогресія

1) $a_1, a_2 \ldots a_n$, де $n \in N$

2) d- різниця арифм. прогресії

3) $d = a_1 - a_2 = a_3 - a_2$

Ф-ла n-го члена

4) $a_n = a_1 + (n - 1)d$

5) Основні властивості:

1.Кожен член арифм. прогресії, починаючи з другого ,є середнім арифметичним двох сусідніх з ним членів.

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2} \text{ де } n = 2,3,4..$$

2.Будь-який член арифм. прогресії починаючи з другого є середнім арифметичним двох рівновіддалених членів.

$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2} \text{ де } k < n$$

$n=2,3,4\ldots$

6) Сума n-перших членів

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Або

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресія

1) $b_1, b_2 \ldots b_n$, де $n \in N$

2) q-знаменник прогресії

3) $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2}$

Формула n-го члена

4) $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

5) Основні властивості :

1.Квадрат будь-якого члена геометр прогресії,починаючи з другого, дорівнює добутку сусідніх членів.

$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$,де $n = 2,3,4$

2. Квадрат будь-якого члена геометр. прогресії ,починаючи з другого,дорівнює добутку двох рівновіддалених від нього членів.

$b_n^2 = b_{n-k} \cdot b_{n+k}$, де $k < n$

$n=2,3,4$

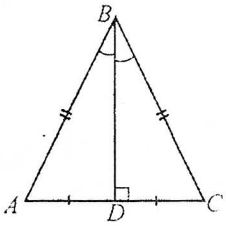
6)Сума n-перших членів

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Або

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

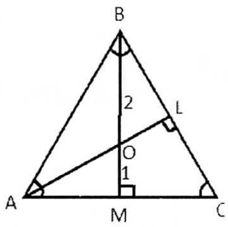
Види трикутників



А) Рівнобедренний

ΔABC – рівнобедренний, то: AB=BC; $\angle A = \angle C$

Висота BD є бісектрисою і медіаною



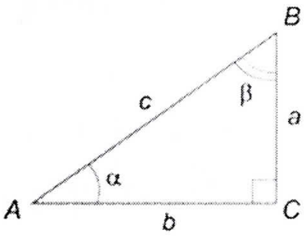
Б) Рівносторонній

1) ΔABC – рівносторонній, то AB=BC=AC; $\angle A=\angle B=\angle C=60°$

2) Висоти BM і AL – бісектриси і медіани т. O – центр вписаного і описаного кола

3) BO:OM=2:1

В) Прямокутний



1) Теорема Піфагора: $a^2 + b^2 = c^2$

2) $\sin \alpha = \dfrac{\text{протилежний кат}}{\text{гіпотенуза}} = \dfrac{BC}{AB}$

$\cos \alpha = \dfrac{\text{прилеглий кат}}{\text{гіпотенуза}} = \dfrac{AC}{AB}$

$\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{\text{протилежний кат}}{\text{прилеглий кат}} = \dfrac{BC}{AC}$

$\operatorname{ctg} \alpha = \dfrac{\text{прилеглий кат}}{\text{протилежний кат}} = \dfrac{AC}{BC}$

3) Формули:

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

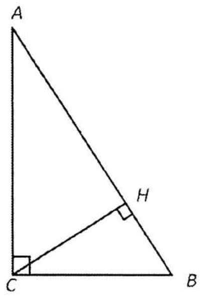
$\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

$1 + tg^2 \alpha = \dfrac{1}{cos^2 \alpha}$

$1 + ctg^2 \alpha = \dfrac{1}{sin^2 \alpha}$

$\operatorname{tg} \alpha \cdot ctg\ \alpha = 1$

Важливі співвідношення у прямокутному Δ



1) Квадрат висоти, опущеної з вершини прямого кута = добутку проекцій катетів на гіпотенузу, то:

   $CH^2=AH \cdot BH$

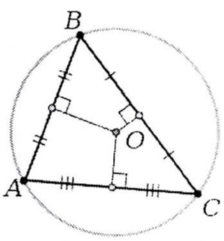
2) Квадрат катета = добутку гіпотенузи і його проекції на гіпотенузу, то:

   $BC^2=HB \cdot AB$

   $AC^2=AH \cdot AB$

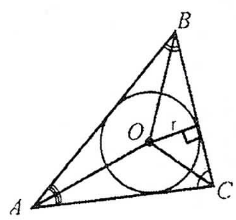
Коло вписане в Δ , коло описане навколо Δ

Центр кола, описаного навколо Δ є т. X серединних ⊥ до сторін Δ

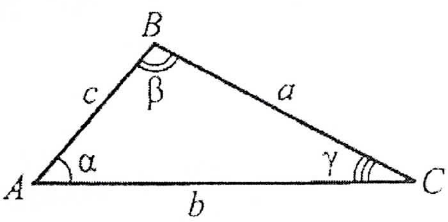


Центр кола, вписаного в Δ є т. X бісектрис цього Δ

r⊥BC



Теорема синусів і косинусів



1) Теорема синусів: $\dfrac{a}{\sin a} = \dfrac{b}{\sin b} = \dfrac{c}{\sin \gamma} = 2R$

2) Теорема косинусів: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Десяткові дроби.

1. **Метрична система мір.**

1 м
1 г

зменшення

10 - деци
100 - санти
1000 - мілі

збільшення

10 - дека
100 - гекто
1000 - кіло

$$2\frac{3}{100}=2{,}03$$

2. **Порівняння десяткових дробів.**

$6{,}755 > 6{,}745$

$25{,}32 < 25{,}3285$
$(25{,}32 = 25{,}3200)$

Десяткові дроби порівнюють порозрядно, починаючи з найстаршого розряду

3. **Округлення десяткових дробів.**

1,2/56 → 1,3 – до десятих

1,24/8 → 1,25 – до сотих

4.

Додавання → ← Віднімання

1. Урівняти
2. Кома під комою
3. Додати (відняти)
4. Поставити кому

5. **Множення десяткових дробів**
   1) без коми
   2) визначити, скільки цифр після коми в обох співмножниках
   3) відокремлити комою стільки цифр, скільки цифр після коми в обох співмножниках

при множенні на 10; 100; 1000; …
кому → на 1; 2; 3; …

при діленні на 10; 100; 1000; …
кому ← на 1; 2; 3; …

6. **Ділення на десятковий дріб.**
   1) дільник – ціле натуральне число
   2) в діленому перенести кому вправо на стільки же цифр
   3) виконати ділення як на натуральне число

П.п. 5.1; 5.3; 5.4; 5.5; 5.6; 5.7; 5.8; 5.10

ДІЇ З ДЕСЯТКОВИМИ І ЗВИЧАЙНИМИ ДРОБАМИ ДОДАТНИМИ ТА ВІД'ЄМНИМИ ЧИСЛАМИ
(6 КЛАС)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}$	$3,6\cdot\frac{1}{4}$	0,23+7	1,27+2,3	$\frac{5}{12}-\left(-\frac{1}{12}\right)$	$-6\cdot(-0,1)$	$\frac{3}{5}+4.2$	$7:(-0,1)$	$12:1,2$	1
2	5:10	$(-3)^2$	0,48+0 2	0,5·20	10-(-3)	8:(-0,4)	$2\frac{1}{4}+3,75$	$8-7\frac{1}{6}$	-6-(-1)	2
3	0,5·100	-38:19	2,54-2	4·2,5	-1,4-1,4	$\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$	3-8	62:6	0,7:0,01	3
4	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$	$(-0,2)^3$	0,8-0,25	3-0.85	$-3\frac{1}{4}-0,75$	$\frac{3}{4}-1$	$-\frac{8}{9}:4$	$40:\frac{1}{3}$	12,5·0,8	4
5	-2-5	65:(-1,3)	0,7·10	0,24·1000	0,7·(-8)	$5\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$	$12\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)$	$\frac{4}{9}\cdot3$	0,4·25	5
6	$\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$	17.2+2,8	0,5·2	17+(-5)	-11·(-12)	$\frac{1}{16}\cdot4$	$\frac{3}{5}\cdot2$	-3.8+3,8	$-\frac{1}{2}\cdot(-10)$	6
7	-17+4	8-3.4	0,25·4	-21+19	3,7-4,8	$1,2\cdot10^2$	$1:2\frac{1}{3}$	-4.7-3,6	16,4-4	7
8	9-15	3,5:7	6:10	-8-43	0.1^2	7^2+7	$1\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{7}$	$\frac{3}{4}-1$	9:100	8
9	$-100\cdot\frac{1}{4}$	8,4:4	0,5:10	$-\frac{4}{7}+\frac{2}{7}$	$0,1\cdot\frac{10}{13}$	9^2-9	$4\frac{1}{3}\cdot2$	$-\frac{4}{-5}\cdot5$	$\frac{2}{7}-\frac{3}{14}$	9
10	-30(-0,2)	$-1:\frac{5}{8}$	4,1:2	$-1+\frac{3}{5}$	$2,5\cdot\frac{1}{5}$	$(-0,6)^2$	$6\frac{1}{5}\cdot5$	-20:0,5	$-1+\frac{1}{2}$	10
11	125-91	0,76-0,3	8:(-0.4)	$-2+1\frac{3}{4}$	$4,2:\frac{3}{7}$	-2^4	$4:\frac{1}{2}$	$\frac{13}{14}\cdot2$	$11-3\frac{2}{5}$	11
12	-36·4	5+0,8	$0,25-\frac{1}{2}$	2,5-8,5	$-1\frac{1}{6}-3$	$(-2)^4$	$10-6\frac{2}{9}$	-15:0,3	$\frac{1}{3}\cdot6$	12
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	