***Тема: Розв’язування трикутників.***

***Мета:***

**навчальна** - формувати вміння і навички розв’язування трикутника за трьома його основними елементами;

- повторити теореми синусів , косинусів та наслідки з них;

- повторити основні типи задач на обчислення елементів довільних трикутників;

- перевірити знання, вміння, навички учнів;

**розвиваюча** - розвивати пошукову пізнавальну активність учнів, логічне мислення, уяву, зв’язне мовлення;

**виховна** - виховувати самостійність, наполегливість, впевненість у собі, інтерес до предмету.

***Обладнання:*** інструктивна картка для учнів *( 1. Пам’ятка для учнів.*

*2. Історична довідка. 3. Умови задач рівнів А,В,С.)*

***Математика цікава тоді,***

***коли живить нашу винахідливість***

***і здатність міркувати.***

***Д. Пойа***

***. Мотивація навчальної діяльності.***

На попередніх уроках ви розглянули теореми синусів, косинусів та наслідки з них, ввели поняття розв’язування трикутників, розглянули основні типи задач на обчислення елементів довільних трикутників.

Сьогодні перед нами стоїть задача:

* повторити все, що вивчили;
* пригадати те, що забули;
* вміло застосовувати отримані знання до розв’язування геометричних задач.

Незважаючи на те, що попереду у нас велика пізнавальна робота, я сподіваюсь, що ми зможемо зберегти гарний настрій до кінця уроку, а якщо вдасться, то ще його й покращимо.

Але перш, ніж ми почнемо я прошу звернути вашу увагу на «Пам’ятку для учнів». Ознайомтесь, будь-ласка, із запропонованими вам рекомендаціями. Якщо ви будете слідувати їм, то я впевнена, що сьогодні на уроці ви обов’язково виконаєте всі завдання тільки на високому рівні.

*Справжній скарб для людини – вміння трудитися.*

*Езоп*

***Пам’ятка для учнів.***

1. ***Будь уважним.***
2. ***Міркуй, шукай, порівнюй, роби висновки, працюй.***
3. ***Шукай нові способи розв’язування проблеми.***
4. ***Самостійно встановлюй зв’язки відомого з невідомим.***
5. ***Будь наполегливим і не бійся помилитися.***
6. ***Експериментуй та виправляй невдалі спроби.***
7. ***Будь упевнений у своїх здібностях.***

Для початку зробимо не великий екскурс в історію.

Ознайомитись з історичною довідкою і дати відповіді на запитання:

1. В якому столітті видатним астрологом ал-Беруні була доведена теорема синусів? *(у XI)*
2. Коли нею почали користуватися європейські математики? *(у XVI столітті)*
3. Яка теорема була доведена геометрично в «Началах» Евкліда? (теорема косинусів)
4. Ким і коли вона була сформульована словесно? *(французьким математиком Франсуа Вієтом, XVI століття)*
5. Хто і коли надав їй сучасного вигляду? *(французький математик Лазар Карно, у 1801 році)*

***Історична довідка***.

Вчені Індії, зводили розв’язування будь-яких трикутників до розв’язування прямокутних трикутників і не потребували теорему синусів і не знали її. Ця теорема була доведена лише в одинадцятому столітті видатним астрологом ал-Беруні. Теоремою синусів користувалися, починаючи з ХVI століття і європейські математики.

Теорема косинусів була доведена, звичайно, геометрично ще в «Началах» Евкліда.

Словесно теорема косинусів була вперше сформульована французьким математиком Француа Вієтом в ХVI столітті.

Сучасний вид теорема косинусів приймає в 1801 році у французького математика Лазара Карно.

***ІІ. Актуалізація опорних знань.***

**1. Вказати назви сформульованих теорем.**

Теорема 1.

Сторону трикутника пропорційні до синусів протилежних кутів *( теорема синусів).*

Теорема 2.

Квадрат сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших його сторін без подвоєного добутку цих сторін на косинус кута між ними

*( теорема косинусів).*

Запишіть їх за допомогою формул.

*(* *1)*  =  =  = *2R ; 2) a2 = b2  + c2  - 2bc cos α.)*

**2. Замість … вставити пропущені слова:**

1. У будь-якому трикутнику відношення сторони до …дорівнює діаметру кола, описаного навколо цього трикутника *(синуса протилежного кута).*
2. У трикутнику проти … лежить більший кут, проти більшого кута лежить … *( більшої сторони; більша сторона).*
3. Квадрат сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших сторін «±» подвоєний добуток однієї з них на проекцію другої. Знак «+» беремо тоді, коли протилежний кут …, а знак «-», коли *…( тупий; гострий).*
4. Теорему косинусів називають іноді узагальненою теоремою *…(Піфагора).*
5. … і … трикутника називаються основними його елементами *( сторони; кути).*
6. Розв’язати трикутник означає: за даними … основними елементами трикутника … . При цьому серед заданих основних елементів хоча б один повинен бути *… (трьома; знайти три інші його основні елементи; стороною трикутника).*

**3. Використовуючи малюнок заповнити пропуски у таблиці:**

А

В В

С

вввввввввввввв

ВВВВВВВ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***Основні задачі на обчислення елементів довільних трикутників*** | | | |
| №. | Тип задачі | Дано | Знайти |
| 1. | За стороною і прилеглими до неї кутами | AB, A, B. |  |
| 2. | За двома сторонами і кутом між ними |  | AB, A, B. |
| 3. |  | AB, BC, AC | A, B, C. |
| 4. | За двома сторонами і кутом, протилежним одній із них | AC, BC, A |  |
| **За трьома кутами задача розв’язків не має !** | | | |

***ІІІ. Розв’язування задач.***

*Учні, які мають середній і достатній рівні навчальних досягнень виконують задачі рівня А і рівня B, а ті, які мають високий рівень – рівня В і рівня С.*

**Рівень А.**

Задача 1.

Дві сторони трикутника дорівнюють 5 см і 7 см, а кут між ними 60°. Знайдіть третю сторону трикутника.

*Розв’язання.*

А

С

вввввввввввввв

В

5смм

7см

*Нехай АС=5см, АВ=7см, .*

*Використовуючи теорему косинусів маємо:*

*ВС²**= АВ ² + АС ² – 2 АВ ·АС cos.*

*ВС ² = 25 + 49 - 2·5·7· = 39.*

*ВС =.*

*Відповідь: .*

Задача 2.

Сторона трикутника дорівнює 10 см , а прилеглі до неї кути - 45° і 75°. Знайти сторону протилежну до кута 45°.

*Розв’язання.*

А

С

вввввввввввввв

В

*Нехай АС=10 см, *

*ВС – сторона яка лежить проти кута 45°.*

*Використовуючи теорему синусів маємо:*

 = ;

 = 

 

*Відповідь:* 

Задача 3.

Сторони трикутника дорівнюють 6 см, 9 см, 8 см. Знайти косинус кута, який лежить проти більшої сторони.

*Розв’язання.*

*Нехай АС=6 см, СВ=8 см, АВ=9 см.*

А

С

вввввввввввввв

*8см*

В

6смм

9см

*Використовуючи теорему косинусів маємо:*

*АВ²**= АС ² + ВС ² – 2АС ·ВС· cosС;*

*81 = 36 + 64 - 2 cos;*

*96 cos=19;*

*cos=.*

*Відповідь: .*

Задача 4.

Сторони трикутника 6 см і 3 см, а кут протилежний до більшої з цих сторін, дорівнює 60°. Знайти синус кута, що лежить проти меншої сторони.

*Розв’язання.*

*Нехай АС=6 см, АВ=3 см , *

*Використовуючи теорему синусів маємо:*  = ; 

А

С

вввввввввввввв

В

6смм

3см

*sin*

*Відповідь:* 

**Рівень Б.**

Задача 1.

Вивести формулу для площі трикутника *S* = , де *a, b, c –* сторони трикутника*,* *R*- радіус описаного кола.

*Розв’язання.*

* = 2R ; sinα = ; S = bc sinα = bc  = .*

*Що і треба було довести.*

Задача 2.

Довести , що бісектриса внутрішнього кута трикутника ділить протилежну сторону на відрізки, пропорційні до прилеглих сторін.

*Розв’язання.*

*Нехай AD - бісектриса внутрішнього  А. Тоді *

C D B

A

*Що і треба було довести.*

Задача 3.

Довести, що сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів його сторін.

*Розв’язання.*

А D

B С



*Нехай  Застосувавши теорему косинусів для трикутників АВD і ACD маємо:*

**

*Додаючи почленно рівності (1) і (2) отримаємо:*



*Що і треба було довести.*

Задача 4.

Вивести формулу Герона для площі трикутника.

*Розв’язання.*

*Як відомо: a2 = b2  + c2  - 2bc cos α; S=*

*Отже:  *

*Підставимо знайдені вирази в формулу sin2α + cos²α = 1*

**

*Оскільки: *

*Маємо: *

*Що і треба було довести.*

**Рівень В.**

Задача 1.

Доведіть, що для довільного трикутника виконується рівність

*r* = , де r – радіус вписаного кола, α, β, γ – кути трикутника, *а* – сторона , яка лежить проти кута α.

B K C

A

O

*Розв’язання.*

*Нехай точка О – центр кола вписаного в трикутник АВС, ОК – його радіус, ОК=r. Так як центр вписаного кола це точка перетину бісектрис, то *

*Із  трикутника ВОС:*

**

*Використовуючи теорему синусів маємо:*

**

*Із трикутника ОКС :*

* Що і треба було довести*.

Задача 2.( теорема Стюарта)

Якщо *а, в, с* – сторони трикутника АВС і точка D ділить сторону ВС на відрізки *,*  то 

*Розв’язання.*

С D B

A

*Нехай *

*Застосувавши теорему косинусів для трикутників АDС і ADВ маємо:*

**

*Помноживши (1)рівність на , а другу на  і почленно додавши маємо:*

*Отже:* .

*Що і треба було довести.*

***V. Підсумок двох міні - модулів.***

**1. Закінчити речення:**

1. Сьогодні на уроці я повторив …

2. Сьогодні на уроці я навчився …

3. Необхідно додатково попрацювати над …

4. Найважчим для мене було…

**2. Порівняй свої знання на початку і в кінці уроку і дай відповіді на запитання:**

1. Чи отримав ти задоволення від власної праці?
2. Який етап діяльності був найцікавіщим?

Які загальнонавчальні вміння допомагали у складних ситу