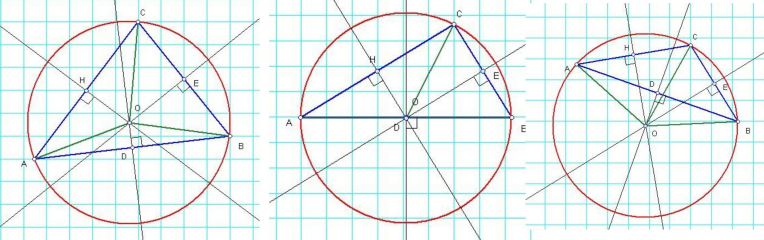


Коло називається вписаним у трикутник, якщо воно дотикається до всіх його сторін.

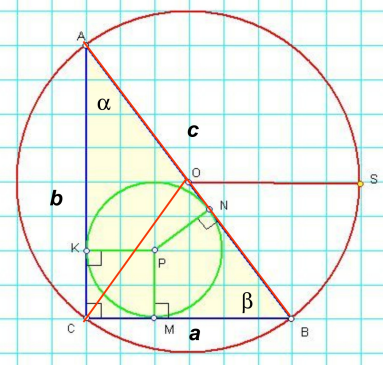
Центром вписаного у трикутник кола є точка перетину його бісектрис. Центр вписаного кола знаходиться всередині трикутника.

Коло називається описаним навколо трикутника, якщо воно проходить через усі його вершини.

Центром описаного навколо трикутника кола є точка перетину серединних перпендикулярів, проведених до його сторін.



Гострокутний трикутник Прямокутний трикутник Тупокутний трикутник



Для прямокутного трикутника

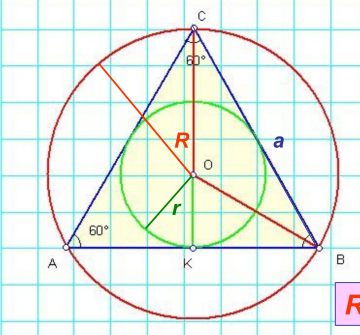
радіус кола, описаного навколо трикутника

$$R = \frac{c}{2}, \text{ де } c - \text{гіпотенуза}$$

радіус кола, вписаного в трикутник

$$r = \frac{a+b-c}{2}, \text{ де } a, b - \text{катети}$$

За властивістю дотичних, проведених до кола з однієї точки
 $BM=BN, CM=CK=r, AK=AN$
 $AC+BC=AB+2r$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b+c) \cdot r = \frac{1}{2}ac \cdot \sin \beta = \frac{1}{2}bc \cdot \sin \alpha$$


Для рівностороннього трикутника

Радіус кола, описаного навколо трикутника

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}}, \text{ сторона трикутника } a = \sqrt{3} \cdot R$$

Радіус кола, вписаного в трикутник

$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}, \text{ сторона трикутника } a = 2\sqrt{3} \cdot r$$

Площа рівностороннього трикутника

$$S_{\Delta} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}, \text{ де } a - \text{сторона трикутника}$$

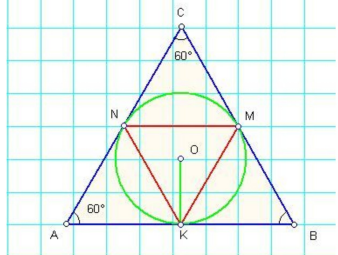
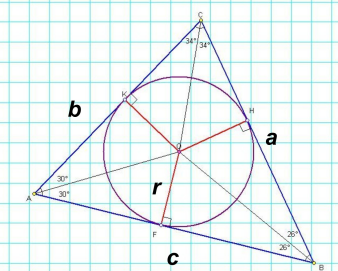
$R=2r$

Варіант 29. Завдання 2.6

Як відноситься сторона правильного трикутника, вписаного в коло, до сторони правильного трикутника, описаного навколо цього кола?

Для ΔABC коло є вписаним, а для ΔMNK коло є описаним

$NM : AB = 1 : 2$

Для довільного трикутника

радіус кола, описаного навколо трикутника

$$R = \frac{a}{2 \sin \alpha}, \quad R = \frac{abc}{4S_{\Delta}}$$

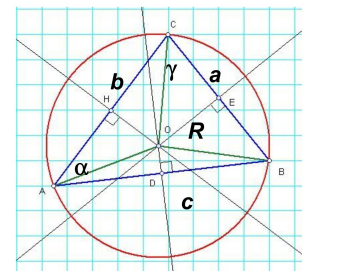
радіус кола, вписаного в трикутник

$$r = \frac{2S_{\Delta}}{a+b+c}$$

Площа трикутника

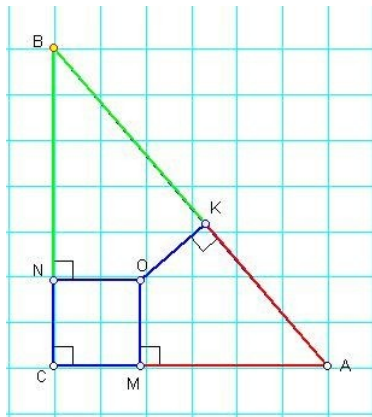
$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2}(a+b+c) \cdot r = \frac{1}{2}ah_a;$$

за формулою Герона

$$S_{\Delta} = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}, \text{ де } p = \frac{a+b+c}{2}$$


18. Завдання 3.4.

Вписане коло прямокутного трикутника ABC дотикається до гіпотенузи АВ у точці К. Знайдіть радіус вписаного кола, якщо $AK = 4$ см, $BK = 6$ см.



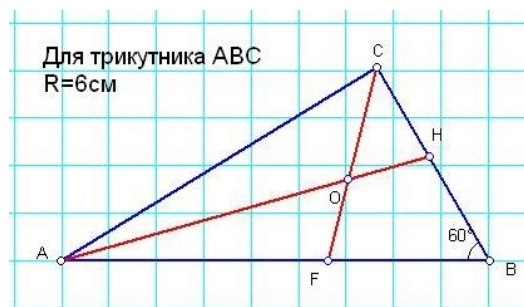
Дано:

Знайти:

Розв'язання.

Варіант 37. Завдання 2.6

Радіус кола, описаного навколо трикутника ABC, дорівнює 6 см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника AOC, де O – точка перетину бісектрис трикутника ABC, якщо $\angle ABC = 60^\circ$



Дано:

Знайти:

Розв'язання.

Тобто $CM^2 + 64x^2 = 289x^2$, $CM^2 = 289x^2 - 64x^2 = 225x^2$, $CM = 15x$

Враховуючи те, що центр вписаного кола є точка перетину бісектрис, за властивістю бісектриси трикутника маємо:

$$\frac{CO}{OM} = \frac{CB}{MB} = \frac{9+8}{8} = \frac{17}{8}.$$

Так як $OM = 16 \text{ см}$, то $CO = \frac{16 \cdot 17}{8} = 34 \text{ см}$. $CM = 16 + 34 = 50 \text{ см}$.

З умови $15x = 50 \text{ см}$ отримаємо $x = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} (\text{см})$. Основа

трикутника $AB = 2 \cdot 8x = 16 \cdot \frac{10}{3} = \frac{160}{3} (\text{см})$

Площа трикутника ABC

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot CM = \frac{160 \cdot 50}{2 \cdot 3} = \frac{4000}{3} = 1333 \frac{1}{3} (\text{см}^2)$$

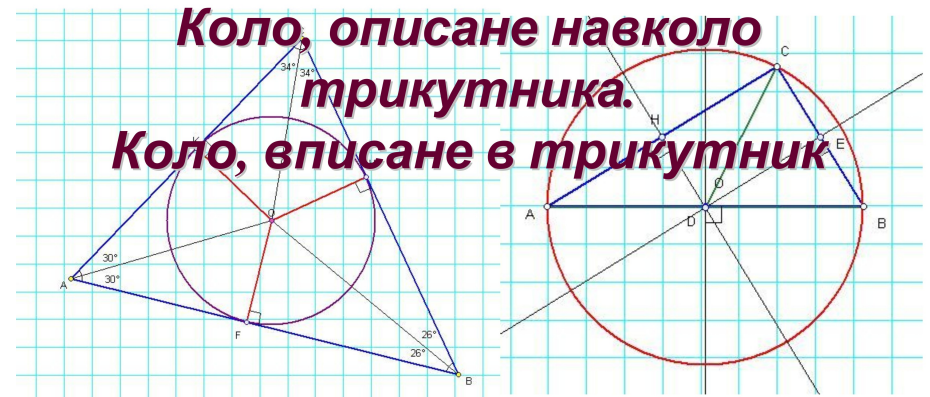
Відповідь: $1333 \frac{1}{3} \text{ см}^2$

Аналогічно варіант 49, завдання 3.4

Завдання 3.4 варіантів 2,17, 42, 57 розв'язують за принципом зразка: приклад 8 (с. 11) збірника завдань для ДПА

Домашнє завдання.

Розглянути хід розв'язку виконаних на уроці задач. Розв'язати задачі 2.5 варіанту 36 та 3.4 варіанту 25.



*«Серед рівних розумом - за однакових умов –
переважає той, хто знає геометрію»*

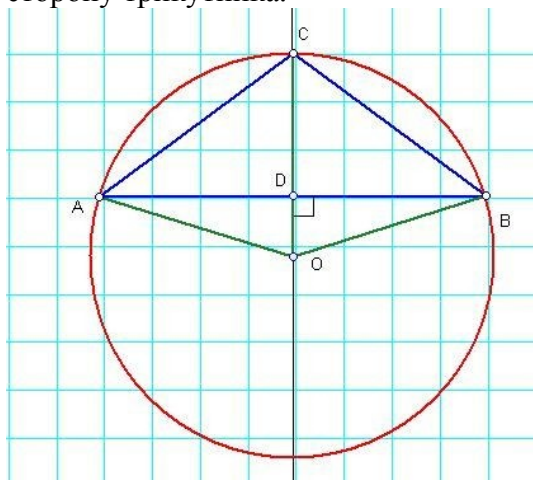
Блез Паскаль

Помагайлик

Довідничок з теми

Варіант 80. Завдання 2.6

Основа рівнобедреного тупокутного трикутника дорівнює 18 см, а радіус описаного навколо нього кола - 15 см. Знайдіть бічну сторону трикутника.



Дано:

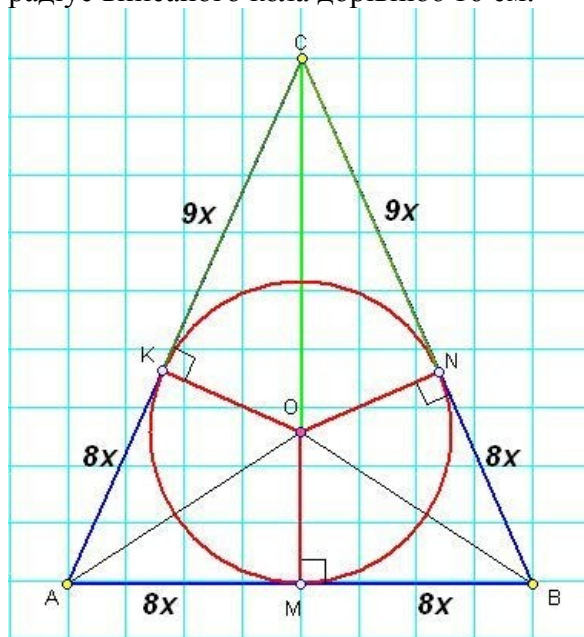
Знайти:

Розв'язання.

Аналогічно варіант 40, завдання 2.6

Варіант 9. Завдання 3.4.

Бічна сторона рівнобедреного трикутника точкою дотику вписаного кола ділиться у відношенні $8 : 9$, рахуючи від вершини кута при основі трикутника. Знайдіть площу трикутника, якщо радіус вписаного кола дорівнює 16 см.



Розв'язання.

У трикутнику ABC $AC=BC$, відрізок CM – висота, точка O – центр вписаного кола. Оскільки $\triangle ABC$ – рівнобедрений, то точка O належить його висоті і бісектрисі CM , а відрізок OM – радіус вписаного кола.

За властивістю дотичних, враховуючи симетрію рівнобедреного трикутника, маємо: $AK=AM=BM=BN=8x$, $CK=CN=9x$.

За теоремою Піфагора для трикутника ABC можна записати

$$\text{співвідношення: } CM^2 + (8x)^2 = (8x+9x)^2 = (17x)^2$$