

II етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики. 2011 рік

Завдання. 6 клас

1. Андрійкові було 16 років 19 місяців тому, а Миколці буде 19 років через 16 місяців. Хто з них старший за віком? Відповідь обґрунтуйте.
2. Назвемо число «дзеркальним», якщо справа наліво воно читається так само, як і зліва направо. Наприклад, число 78887 – «дзеркальне». Знайдіть усі «дзеркальні» п'ятицифрові натуральні числа, в запису яких використовуються тільки цифри 1 та 0. Відповідь обґрунтуйте.
3. Марійка подивилася на малюнок і сказала: «Тут зображено сім прямокутників: один великий і шість маленьких». Скільки всього прямокутників на цьому малюнку? Відповідь обґрунтуйте.

4. З повної чашки кави я випив половину і долив стільки ж молока. Потім я випив третю частину кави з молоком і долив стільки ж молока. Потім я випив шосту частину кави з молоком і долив стільки ж молока. Після цього я випив усю каву з молоком. Чого в результаті я випив більше – кави чи молока?

На виконання роботи відводиться 3 годин.

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання калькуляторів забороняється

II етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики. 2011 рік

Завдання. 7 клас

1. Розв'яжіть рівняння $||x - 4| - 3| + 5| = 8$.
2. Знайдіть суміжні кути, якщо один із суміжних кутів на 30° більший від потроєної піврізниці цих кутів.
3. Туристу треба було пройти шлях від села до станції завдовжки 10 км. Коли він вийшов із села, до виходу поїзда, на який він поспішав, залишилося 3 год. Долаючи 3 км за годину, турист зрозумів, що запізнюється на поїзд, і пішов зі швидкістю 4 км/год. На станцію він прийшов за 12 хв до відходу поїзда. Скільки часу рухався турист зі швидкістю 3 км/год?
4. Перша цифра трицифрового числа дорівнює 8. Якщо цю цифру переставити на останнє місце, то число збільшиться на 18. Знайдіть початкове число.

На виконання роботи відводиться 3 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання калькуляторів забороняється

II етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики. 2011 рік

Завдання. 8 клас

1. На дошці було виписано 10 послідовних натуральних чисел. Коли стерли одне з них, то сума дев'яти чисел, які залишилися, стала дорівнювати 2011. Яке число стерли з дошки? Відповідь обґрунтуйте.
2. Із полудня до опівночі Вчений Кіт сидить під дубом, а з опівночі до полудня розповідає казки На дубі він повісив плакат: «Через годину я буду робити те саме, що робив 2 години назад». Скільки годин на добу цей напис правильний? Відповідь обґрунтуйте.
3. Ціну хурми підвищили на 20%. Щоб записати нову ціну за 1 кг хурми у гривнях, продавцеві достатньо поміняти місцями цифри числа на ціннику. Скільки гривень коштував 1 кг хурми до подорожчання, якщо ціна була меншою за 100 грн?
4. $ABCD$ – опуклий чотирикутник. Відомо, що $\angle CBD = \angle CAB$ і $\angle ACD = \angle BDA$. Доведіть, що $\angle ABC = \angle ADC$.

На виконання роботи відводиться 3 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання калькуляторів забороняється

II етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики. 2011 рік

Завдання. 9 клас

1. Розв'яжіть нерівність $\left| |x-2| - 1 \right| \geq x - 4$.
2. Точка M – середина сторони BC трикутника ABC . На відрізку AM обрали точки K і L так, що $AK = 2LM$, $\angle ALC = 90^\circ$. Доведіть, що $\angle BKM = \angle CAM$.
3. Довжини основ трапеції відповідно дорівнюють 1515 см та 2011 см. Сума кутів при більшій основі цієї трапеції становить 90° . Знайдіть довжину відрізка, що сполучає середини основ трапеції.
4. Знайдіть хоча б одну пару натуральних чисел m і n , для яких виконується рівність: $m^2 + n^2 = 2 \cdot 2010^2 + 2 \cdot 2011^2$.

На виконання роботи відводиться 3 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання калькуляторів забороняється

II етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики. 2011 рік

Завдання. 10 клас

1. Про дійсні додатні числа a, b, c відомо, що $a^2 + b^2 + c^2 = a + b + c$.

Доведіть, що $a^4 + b^4 + c^4 \geq a + b + c$.

2. Розв'яжіть рівняння $(5 + 2\sqrt{6})^x + (5 - 2\sqrt{6})^x = 10$.

3. Чотирикутник $ABCD$ вписаний у коло. Відомо, що $AB = BD$ і $AC = BC$.

Доведіть, що $\angle ABC < 60^\circ$?.

4. Доведіть, що число $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ ділиться без остачі на 133, де $n \in \mathbb{N}$.

На виконання роботи відводиться 3 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання калькуляторів забороняється

II етап Всеукраїнської учнівської олімпіади з математики. 2011 рік

Завдання. 11 клас

1. Нехай $\cos x > 0$. Доведіть нерівність $\frac{\cos 2x + 3}{\cos x} \geq 4$. Знайдіть усі x , при яких досягається знак рівності.

2. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{2-x} + \sqrt{x-1} - 1 = 0$.

3. Доведіть, що число $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ ділиться без остачі на 133, де $n \in \mathbb{N}$.

4. Доведіть, що якщо у тетраедра сума плоских кутів при трьох вершинах дорівнює 180° , то всієї його грані – рівні трикутники.

На виконання роботи відводиться 3 години

Кожна задача оцінюється в 7 балів

Використання калькуляторів забороняється